

**Домашнее задание №2 по курсу «Математический анализ»,  
ОП «Экономика и статистика», ФЭН, НИУ ВШЭ**

**Группа БСТ233**

**Дедлайн сдачи:**

**Часть 1 – 7.05.2024**

**Часть 2 – 11.06.2024**

**Варианты**

1	Будаева	Варвара Евгеньевна
2	Буробина	Екатерина Владимировна
3	Воропаев	Иван Андреевич
4	Галимова	Аделя Азатовна
5	Гордеев	Станислав Андреевич
6	Груздева	Дарья Евгеньевна
7	Денисова	Анастасия Валерьевна
8	Добкин	Вадим Вадимович
9	Златинская	Валентина Романовна
10	Исаев	Леонид Андреевич
11	Королёв	Алексей Дмитриевич
12	Костанян	Рудик Романович
13	Кущ	Валерия Игоревна
14	Ладоненко	Анастасия Александровна
15	Мамедова	Мехбубе Асифовна
16	Мельникова	Арина Алексеевна
17	Найфонов	Арсений Керменович
18	Нгуен	Ча Ми -
19	Орлова	Елена Олеговна
20	Полозов	Матвей Сергеевич
21	Предыбайло	Екатерина Сергеевна
22	Рябчикова	Елизавета Александровна
23	Терешина	Алеся Эдуардовна
24	Устиновский	Георгий Михайлович
25	Фараджева	Мария Александровна
26	Хапкова	Арина Павловна
27	Цымбалюк	Александра Андреевна
28	Шигабиева	Азалия Наилевна
29	Шляпцева	Ульяна Кирилловна
30	Юраков	Тимур Алексеевич
31	Янин	Егор Викторович
32	Голованова	Юлия Юрьевна

# Часть 1 «Интегралы»

## Задание 1

Найдите интегралы, указав все необходимые подстановки и приведя промежуточные выкладки.

1	$\int x^7 \ln x dx$	12	$\int 5^{x-1} \cos 4x dx$	23	$\int_0^3 (x^2 - 6x - 7) e^{x/3} dx$
2	$\int (x^2 + 6x - 3) \cos 4x dx$	13	$\int (6x+1) \cos 3x dx$	24	$\int_1^e (2x^4 + 1) \ln x dx$
3	$\int e^{3x} \sin 2x dx$	14	$\int (x^2 + 7x - 2) \cos 2x dx$	25	$\int_{-\pi}^0 (x^2 - 7x + 1) \sin \frac{x}{3} dx$
4	$\int x \cos 6x dx$	15	$\int 3^{-2x} \sin 3x dx$	26	$\int_0^{2\pi} (5x - 3) \sin \frac{x}{6} dx$
5	$\int (x^2 + 4x - 2) \sin 3x dx$	16	$\int (5x - 3) e^{-x} dx$	27	$\int_e^{e^2} (\sqrt[4]{x^3} + 3) \ln^2 x dx$
6	$\int 4^{2-3x} \cos 2x dx$	17	$\int (x^2 - x + 3) \sin 3x dx$	28	$\int_0^{\pi/6} (4x + 3) \cos 2x dx$
7	$\int (x+1) \arcsin x dx$	18	$\int e^{4x-1} \cos 2x dx$	29	$\int_1^{e^2} (\sqrt[4]{x} + 3) \ln^2 x dx$
8	$\int (x^2 + 2x + 5) \cos 2x dx$	19	$\int (3x+1) \sin 2x dx$	30	$\int_{-\pi}^{\pi} (x^2 + 3x) \sin \frac{x}{2} dx$
9	$\int e^{3x+2} \sin 5x dx$	20	$\int (2x^2 + 3x + 1) \cos 2x dx$	31	$\int_0^3 (4x - 3) e^{-x} dx$
10	$\int x^4 \ln(x+1) dx$	21	$\int e^{1-2x} \sin 4x dx$	32	$\int_e^{e^2} (x^{3/2} - 1) \ln x dx$
11	$\int (x^2 - 4x - 1) \sin 3x dx$	22	$\int x^2 \ln(2x-1) dx$	33	$\int_{\pi/6}^{\pi/3} (3x - 1) \cos 2x dx$

## Задание 2

Найдите интегралы, указав все необходимые подстановки и приведя промежуточные выкладки.

1	$\int \frac{(2x+1)dx}{(x+4)^2(x^2-2x+3)}$	12	$\int \frac{x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x + 11}{x^3 - 2x^2 - 8x} dx$	23	$\int \frac{(x^2 + x - 1)dx}{x^4 - 2x^3 - 27x + 54}$
2	$\int \frac{(x^2 + x - 3)dx}{x^4 - x^3 + 27x - 27}$	13	$\int \frac{(3x-2)dx}{(x+2)^2(x^2-2x+2)}$	24	$\int \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 4x^2 + 3x} dx$
3	$\int \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 8}{x^3 + 5x^2 + 4x} dx$	14	$\int \frac{(x^2 + 2x - 6)dx}{x^4 + x^3 - 27x - 27}$	25	$\int \frac{(x+6)dx}{(x+3)^2(x^2 - 2x + 2)}$
4	$\int \frac{(4x-3)dx}{(x+2)^2(x^2-3x+3)}$	15	$\int \frac{x^4 - 2x^3 + 4x^2 - x + 7}{x^3 + 7x^2 + 12x} dx$	26	$\int \frac{(x^2 + 3x - 1)dx}{x^4 + x^3 + 27x + 27}$
5	$\int \frac{(x^2 - 3x + 4)dx}{x^4 - 3x^3 - x + 3}$	16	$\int \frac{(x-4)dx}{(x-1)^2(x^2 - x + 3)}$	27	$\int \frac{x^4 - x^3 + 4x^2 - 3}{x^3 - 6x^2 + 5x} dx$

6	$\int \frac{x^4 - x^3 + 4x^2 - x + 9}{x^3 - 3x^2 - 4x} dx$	17	$\int \frac{(x^2 - 3x - 5)dx}{x^4 + x^3 - x - 1}$	28	$\int \frac{(2x - 9)dx}{(x - 2)^2(x^2 + x + 2)}$
7	$\int \frac{(x - 6)dx}{(x - 1)^2(x^2 + 2x + 4)}$	18	$\int \frac{x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 9}{x^3 - 4x^2 - 5x} dx$	29	$\int \frac{(x^2 - 2x + 7)dx}{x^4 + 2x^3 - 27x - 54}$
8	$\int \frac{(x^2 - 2x + 5)dx}{x^4 + x^3 + 64x + 64}$	19	$\int \frac{(2x - 5)dx}{(x + 4)^2(x^2 - x + 2)}$	30	$\int \frac{x^4 + 2x^3 - x + 11}{x^3 + 4x^2 + 3x} dx$
9	$\int \frac{x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 3}{x^3 - x^2 - 6x} dx$	20	$\int \frac{(x^2 - 4x - 6)dx}{x^4 - x^3 - 8x + 8}$	31	$\int \frac{(5x - 3)dx}{(x + 2)^2(x^2 - 2x + 3)}$
10	$\int \frac{(5x + 2)dx}{(x + 3)^2(x^2 + x + 2)}$	21	$\int \frac{(x^4 + x^3 - 3x^2 - 6x + 1)dx}{x^3 + 3x^2 + 2x}$	32	$\int \frac{(x^2 - x + 8)dx}{x^4 + x^3 + 8x + 8}$
11	$\int \frac{(x^2 + 4x - 1)dx}{x^4 + 3x^3 - x - 3}$	22	$\int \frac{(7x + 2)dx}{(x - 1)^2(x^2 - 2x + 3)}$	33	$\int \frac{x^4 + x^2 - 3x + 5}{x^3 + 3x^2 - 4x} dx$

### Задание 3

Вычислите интегралы, указав все необходимые подстановки и приведя промежуточные выкладки.

1	$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$	12	$\int_{2\sqrt{3}}^6 \frac{\sqrt{x^2 - 9} dx}{x}$	23	$\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$
2	$\int_{3\sqrt{2}}^6 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 9}}$	13	$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$	24	$\int_{3/2}^3 \frac{\sqrt{9-x^2} dx}{x}$
3	$\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$	14	$\int_{5\sqrt{2}}^{10} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 25}}$	25	$\int_{5/2}^5 x^2 \sqrt{25-x^2} dx$
4	$\int_4^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 16}}$	15	$\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$	26	$\int_{8/\sqrt{3}}^8 \frac{\sqrt{x^2 - 16} dx}{x}$
5	$\int_{10/\sqrt{3}}^{10} \frac{\sqrt{x^2 - 25} dx}{x}$	16	$\int_3^{3\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 9}}$	27	$\int_0^{3/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$
6	$\int_2^4 x^2 \sqrt{16-x^2} dx$	17	$\int_2^4 \frac{\sqrt{16-x^2} dx}{x}$	28	$\int_{2\sqrt{2}}^4 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 4}}$
7	$\int_1^2 \frac{\sqrt{4-x^2} dx}{x}$	18	$\int_{4/\sqrt{3}}^4 \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{x}$	29	$\int_{5/2}^5 \frac{\sqrt{25-x^2} dx}{x}$
8	$\int_0^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{36-x^2}}$	19	$\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}$	30	$\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{12-x^2}}$
9	$\int_{3\sqrt{2}}^6 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 9}}$	20	$\int_{3/2}^3 \frac{\sqrt{9-x^2} dx}{x}$	31	$\int_{6\sqrt{2}}^{10} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 36}}$
10	$\int_2^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4}}$	21	$\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}$	32	$\int_1^{2\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 8}}$
11	$\int_3^6 \frac{\sqrt{36-x^2} dx}{x}$	22	$\int_{4\sqrt{2}}^8 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 16}}$	33	$\int_{2\sqrt{3}}^5 \frac{\sqrt{x^2 - 9} dx}{x}$

### Задание 4

Вычислите интегралы, указав все необходимые подстановки и приведя промежуточные выкладки.

1	$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(\sin x - 1)dx}{4 + \sin x + \cos x}$	12	$\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{4 + \sin x + 2\cos x}$	23	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{4 - 2\sin x + \cos x}$
2	$\int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin x dx}{3 - 2\sin x + \cos x}$	13	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x - \cos x}$	24	$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\cos x dx}{3 - \sin x + \cos x}$
3	$\int_{-\pi/3}^{\pi/2} \frac{(2\sin x + 1)dx}{4 - 3\sin x + \cos x}$	14	$\int_{\pi/4}^{\pi} \frac{(2 - 3\cos x)dx}{4 - 2\sin x + \cos x}$	25	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{(2\sin x - 3)dx}{1 - \sin x + \cos x}$
4	$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(\sin x + 2)dx}{3 + \sin x - \cos x}$	15	$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{3 - \sin x + 2\cos x}$	26	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{4 - \sin x + 2\cos x}$
5	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{(3 + 2\sin x)dx}{2 - \sin x + \cos x}$	16	$\int_{\pi}^{3\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 - \sin x + \cos x}$	27	$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{(3 + 5\cos x)dx}{3 - 2\sin x - \cos x}$
6	$\int_0^{\pi/3} \frac{\cos x dx}{4 - \sin x + 2\cos x}$	17	$\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{4 - 2\sin x + \cos x}$	28	$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{4 - 2\sin x - \cos x}$
7	$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{3 - 2\sin x + \cos x}$	18	$\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sin x - 2\cos x}$	29	$\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{3 + 2\sin x - \cos x}$
8	$\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{4 + 2\sin x + \cos x}$	19	$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{(2\cos x - 3)dx}{4 - \sin x - 2\cos x}$	30	$\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{4 - \sin x + 2\cos x}$
9	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{(1 + 2\sin x)dx}{1 - 2\sin x + \cos x}$	20	$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{3 - \sin x + \cos x}$	31	$\int_{\pi}^{3\pi/2} \frac{(\sin x - 3)dx}{5 - \sin x + 2\cos x}$
10	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{3 - \sin x + 2\cos x}$	21	$\int_{\pi/3}^{\pi} \frac{(2\sin x - 3)dx}{3 - 2\cos x + \sin x}$	32	$\int_{\pi/3}^{\pi} \frac{(1 - \sin x)dx}{3 + \sin x - \cos x}$
11	$\int_{-\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{2 - \sin x + \cos x}$	22	$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x dx}{2 - \sin x + \cos x}$	33	$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 - \sin x + \cos x}$

### Задание 5

Найдите площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярной системе координат указанным уравнением. При вычислении интеграла приведите все промежуточные выкладки. Сделайте рисунок.

- |                              |                               |                               |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $\rho = 3\sin 3\varphi;$  | 12. $\rho = -3\cos 2\varphi;$ | 23. $\rho = 2\cos 2\varphi;$  |
| 2. $\rho = 2\sin 4\varphi;$  | 13. $\rho = 3\cos 4\varphi;$  | 24. $\rho = 4\cos 2\varphi;$  |
| 3. $\rho = -2\sin 3\varphi;$ | 14. $\rho = -4\cos 2\varphi;$ | 25. $\rho = -2\sin 2\varphi;$ |
| 4. $\rho = -4\sin 2\varphi;$ | 15. $\rho = 4\cos 3\varphi;$  | 26. $\rho = 3\sin 2\varphi;$  |
| 5. $\rho = -3\sin 3\varphi;$ | 16. $\rho = 4\sin 2\varphi;$  | 27. $\rho = -3\cos 4\varphi;$ |
| 6. $\rho = 3\cos 2\varphi;$  | 17. $\rho = -2\cos 2\varphi;$ | 28. $\rho = 4\cos 4\varphi;$  |
| 7. $\rho = -3\sin 2\varphi;$ | 18. $\rho = -4\cos 4\varphi;$ | 29. $\rho = -2\cos 3\varphi;$ |
| 8. $\rho = 2\sin 2\varphi;$  | 19. $\rho = -4\sin 4\varphi;$ | 30. $\rho = -3\sin 4\varphi;$ |
| 9. $\rho = -3\cos 3\varphi;$ | 20. $\rho = -2\sin 4\varphi;$ | 31. $\rho = 2\cos 4\varphi;$  |
| 10. $\rho = 2\sin 3\varphi;$ | 21. $\rho = 4\sin 4\varphi;$  | 32. $\rho = -4\cos 3\varphi;$ |
| 11. $\rho = 3\sin 4\varphi;$ | 22. $\rho = 5\sin 3\varphi;$  | 33. $\rho = -5\cos 2\varphi.$ |

## Задание 6

Исследуйте на сходимость несобственные интегралы.

1	$\int_2^{+\infty} \frac{(3x-1)dx}{2x^8 + x^2 - 3}$	12	$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{4x^3 + 3}}{3x^5 - x^2 + 4x + 1} dx$	23	$\int_3^{+\infty} \frac{x - \operatorname{arctg}^2 x}{x^2 + 4x - 1} dx$
2	$\int_1^{+\infty} \frac{(x+2)dx}{3x^6 - x^2 + 5}$	13	$\int_3^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{6x^2 + 1}}{x^3 + x + 4} dx$	24	$\int_2^{+\infty} \frac{2x^4 + x + \sin 3x}{3x^5 - x^2 + 7} dx$
3	$\int_4^{+\infty} \frac{(x^5 - x^2 + 3)dx}{2x^8 + 2x^3 - x - 1}$	14	$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{4x-3}}{2x+9} dx$	25	$\int_1^{+\infty} \frac{x + \cos^3 x}{x^5 + x^4 - x + 1} dx$
4	$\int_2^{+\infty} \frac{(x^2 + 3x - 1)dx}{4x^6 - x^2 + x - 1}$	15	$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{3x+1}}{\sqrt{5x^3 - 1}} dx$	26	$\int_3^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2\operatorname{arctg} 6x}{3x^5 + x^2 + 3} dx$
5	$\int_1^{+\infty} \frac{(2x^7 - x^2 + 3)dx}{5x^8 + 3x^4 - x + 2}$	16	$\int_3^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{6x+1}}{2x^3 - x^2 + 3} dx$	27	$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{x} + 4 \sin 3x}{2x^3 + x^2 + 1} dx$
6	$\int_3^{+\infty} \frac{(3x^4 - x^2 + x)dx}{2x^7 + x^3 + x^2 + 5}$	17	$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{3x^3 + 5}}{x^2 + 4x + 1} dx$	28	$\int_1^{+\infty} \frac{x + 2 \cos^2 4x}{x^3 + x + 7} dx$
7	$\int_2^{+\infty} \frac{(4x^2 - x - 2)dx}{8x^3 + 3x^2 - x}$	18	$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{3x+4}}{x^2 + 5x - 1} dx$	29	$\int_4^{+\infty} \frac{6x - 5\operatorname{arctg} x}{2x^4 - x^3 + 6x} dx$
8	$\int_4^{+\infty} \frac{(2x-5)dx}{4x^3 - x^2 + 7}$	19	$\int_3^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{2x-1}}{\sqrt[3]{x^2 + x + 3}} dx$	30	$\int_3^{+\infty} \frac{x^2 + x - \sin 10x}{2x^4 + x^2 + x} dx$
9	$\int_1^{+\infty} \frac{(3x^2 + x - 2)dx}{2x^7 + 3x^5 - x^2 - 1}$	20	$\int_4^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{5x^3 - 1}}{x^2 - 6x + 8} dx$	31	$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{x} - 3 \cos 2x}{x + 4} dx$
10	$\int_3^{+\infty} \frac{(4x^8 - x^7 + 5)dx}{2x^9 + x^8 + x}$	21	$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt[4]{3x+2}}{x+6} dx$	32	$\int_1^{+\infty} \frac{5x^2 + x - \operatorname{arctg} 6x}{2x^5 - x^3 + 2} dx$
11	$\int_2^{+\infty} \frac{(4x^3 + x^2 - 2x - 3)dx}{5x^7 - x^2 + x + 1}$	22	$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{9x^3 - x^2 + 1}}{\sqrt[3]{2x^5 + x + 3}} dx$	33	$\int_4^{+\infty} \frac{\sqrt{x} + 2 \sin^2 3x}{x^2 + 3x + 7} dx$

## Задание 7

Область  $D$  задана указанными неравенствами: 1) постройте область  $D$ ; 2) запишите двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  в виде повторного; 3) измените порядок интегрирования.

1	$x^2 + y^2 \leq 5, \quad y \geq 2x^2$	12	$-2x + y \leq 2, \quad 3x - 2y \leq -3, \quad x - y \geq -2$	23	$x^2 + y^2 \leq 2, \quad y \leq -x$
2	$y \leq 2 - x^2, \quad y \geq x$	13	$x^2 + y^2 \leq 9, \quad x^2 + y^2 + 8y + 12 \leq 0$	24	$y \leq \cos x, \quad y \geq \cos(\pi/3 - x), \quad 0 \leq x \leq \pi$
3	$y \leq \operatorname{tg} x, \quad y \geq 1, \quad x \leq \pi/3$	14	$x^2 + y^2 \leq 5, \quad y \geq -2x$	25	$2x + 3y \geq 6, \quad 3x + y \leq 9, \quad x - 2y \geq -4$
4	$y \leq 1, \quad x + 2y \geq 1, \quad x - y \leq 1$	15	$y \leq 3^x, \quad y \geq 3^{2-x}, \quad x \leq 2$	26	$x^2 + y^2 - 4y \leq 0, \quad x^2 + y^2 - 12y + 27 \leq 0$
5	$x^2 + y^2 \leq 20, \quad y \leq -x^2$	16	$y \geq x, \quad x + y \leq 2, \quad 3x - 2y \geq -4$	27	$x^2 + y^2 \leq 25, \quad x - 2y \leq 5$
6	$y \geq x^2 - 1, \quad y \leq 2x$	17	$x^2 + y^2 \leq 16, \quad x^2 + y^2 - 10x + 16 \leq 0$	28	$y \geq \log_{1/3} x, \quad y \geq \log_{1/3}(6 - x), \quad y \leq -1/2$
7	$y \leq \operatorname{arcctg} x, \quad y \geq 3\pi/4,$	18	$x^2 + y^2 \leq 10, \quad y \leq 3x$	29	$x - y \geq 2, \quad x + y \leq 4, \quad x - 3y \leq 4$

	$x \geq -\sqrt{3}$				
8	$x+y \leq 2, x+2y \geq 2,$ $-x+y \leq 2$	19	$y \geq \operatorname{arctg} x, y \leq \operatorname{arctg}(6-x),$ $x \geq 1$	30	$x^2 + y^2 - 2x - 3 \leq 0,$ $x^2 + y^2 - 10x + 16 \leq 0$
9	$x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + y^2 - 6y \leq 0$	20	$-3x + y \leq 3, -x + 5y \geq 1,$ $x + 2y \leq 6$	31	$x^2 + y^2 \leq 100, x + 2y \leq 10$
10	$x^2 + y^2 \leq 8, y \geq x$	21	$x^2 + y^2 \leq 25,$ $x^2 + y^2 + 12x + 32 \leq 0$	32	$y \leq \operatorname{ctg} x, y \leq \operatorname{ctg}(\pi/3 - x),$ $y \geq 1/\sqrt{3}$
11	$y \leq \log_2 x, y \leq \log_2(4-x),$ $y \geq 1/2$	22	$x^2 + y^2 - 2y - 3 \leq 0,$ $x^2 + y^2 - 12y + 20 \leq 0$	33	$5x - 2y \leq 2, -2x + 3y \leq 8,$ $3x + y \geq -1$

## Часть 2 «Ряды»

### Задание 8

Найдите методом центра масс оптимальное размещение склада в области  $D$ , если плотность распределения потребителей в этой области равна  $f(x, y)$ . При вычислении интегралов приведите все промежуточные выкладки. Постройте фигуру  $D$ .

	$f(x; y)$	$D$
1	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 2x, 0 \leq y \leq x$
2	$\sqrt{9 - x^2 - y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 3y, y \geq 0, x \geq 0$
3	$y$	$x^2 + y^2 \leq 2y, y \geq  x $
4	$x$	$x^2 + y^2 \leq 4x, x \geq  y $
5	$xy$	$x^2 + y^2 \leq 2x, 0 \leq y \leq x/\sqrt{3}$
6	$x\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 2x, y \leq x$
7	$y\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 4y, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x$
8	$\sqrt{4 - x^2 - y^2}$	$x^2 + y^2 \leq -2x, , y \leq -x, y \geq x$
9	$-xy$	$x^2 + y^2 \leq -4y, x \geq 0, y \leq -x$
10	$x^2$	$x^2 + y^2 \leq 6x, -x \leq y \leq 0$
11	$y$	$x^2 + y^2 \leq 4x, x^2 + y^2 \geq 2x, y \geq 0$
12	$x$	$x^2 + y^2 \leq 6y, x^2 + y^2 \geq 4y, x \geq 0$
13	$x + y$	$x^2 + y^2 \leq 9, x^2 + y^2 \geq 3x, y \geq 0, x \geq 0$
14	$2x + y$	$x^2 + y^2 \leq 16, x^2 + y^2 \geq 4x, x \geq 0, y \geq 0$
15	$3y - x$	$x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq -2x, y \geq 0, x \leq 0$
16	$2x - 3y$	$x^2 + y^2 \leq 25, x^2 + y^2 \geq -5y, x \geq 0, y \leq 0$
17	$3y + 1$	$x^2 + y^2 \leq -8x, x^2 + y^2 \geq -4x, y \geq 0$
18	$2x + 3$	$x^2 + y^2 \leq -10y, x^2 + y^2 \geq -6y, x \geq 0,$
19	$x + 2y$	$x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 8x, 0 \leq y \leq x$
20	$3y - 2x$	$x^2 + y^2 \geq 4, x^2 + y^2 \leq 8y, 0 \leq x \leq y$
21	$x/\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 2\sqrt{3}x, y \geq 0$
22	$-y/\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \geq 4, x^2 + y^2 \leq 4x, , y \leq 0$
23	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 18, x^2 + y^2 \geq 6y, x \geq 0$
24	$y\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \leq 9, x^2 + y^2 \geq 6x, y \geq 0$
25	$x/\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \geq 25, x^2 + y^2 \leq 10y, x \geq 0$
26	$-y/x$	$x^2 + y^2 \geq 12, x^2 + y^2 \leq -4x, y \geq 0$
27	$-x/y$	$x^2 + y^2 \geq 8, x^2 + y^2 \leq -4y, x \leq 0$
28	$1/(x^2 + y^2)$	$x^2 + y^2 \geq 2, x^2 + y^2 \leq 2x + 2y$
29	$y/(x^2 + y^2)$	$x^2 + y^2 \geq 4, x^2 + y^2 \leq -2x - 2y$
30	$(x^2 + y^2)^{-3/2}$	$x^2 + y^2 \geq 6, x^2 + y^2 \leq -2x + 2y$
31	$x - y$	$x^2 + y^2 \leq 36, x^2 + y^2 \geq -6y, x \geq 0, y \leq 0$

32	$1/\sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 \geq 2, x^2 + y^2 \leq 2\sqrt{2}x, y \geq 0$
33	$-y$	$x^2 + y^2 \leq 6x, y \leq -x$

### Задание 9

Исследуйте сходимость ряда

1	$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 1) \operatorname{tg}(1/2^n)$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^3 - \sqrt{n} + 2}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi + \cos n}{\sqrt[7]{n^5}}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3n+1} \ln \left( \frac{n^2}{n^2 + 2n + 3} \right)$	13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2}}{n\sqrt{n} + 6}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(1 - \cos^2(\pi/n))}{\sqrt{n+7}}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{5n-2}}{\sqrt[3]{n^2 + 1}}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sqrt{n} + 1}{n^4 + 5n - 1}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin^3 \pi n}{\sqrt[5]{n^6 + 1}}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(\pi n/3)}{\sqrt{3n^4 + 4}}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{n^3 \sqrt{n} + 4}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(1/n) - \cos(3/n)}{\sqrt{n+1} - 1}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 3\sqrt[3]{2n^2 + 1}}{8\sqrt{n^{13} + 1}}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n\sqrt{n} + 5n - 1}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{2\sqrt{n+1}}{n\sqrt[3]{n^2 + 1}}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 (\ln(n^2 + 5) - \ln(n^2 + 1))}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 9}{n^3 (\sqrt[3]{n^2} + \sqrt{n} + 5)}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^3 + 5}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-1} - n}{3^{2n+1} + 4}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3\sqrt{n}}{n^2 + 6}$	29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3} + 3\sqrt{3n+1}}{4\sqrt[5]{n^8}}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n^2/3)}{\sqrt{5n^3 - 4}}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n^2 (\sqrt[3]{n^2} + \sqrt{n} + 1)}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^4 (2 + \cos(\pi n/3))}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+1}}{\sqrt[3]{3+4n^6+n}}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - n - 1}{3n^3 \sqrt{n} - 2}$	31	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln((n+4)/(n+7))}{1 + \operatorname{arctg} n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n^5 + 5} - \sqrt[4]{n^4 + 4}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} - \sqrt{n^2 + 2}}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - n + 2}{6n^3 \sqrt{n} + n^2 + 1}$	32	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \operatorname{arctg} \sqrt{n}}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{3}{n^3} - \sin \frac{1}{n^3}}{\ln(n+3) - \ln n}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3\sqrt{n}+1}{n^2 + n\sqrt[3]{5n^4 + 3}}$	33	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\arcsin(1/n)} - 1}{2\sqrt{n} - 1}$

### Задание 10

Исследуйте сходимость ряда

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n^3}\right)^{n^4} \frac{1}{2^n}$	12	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{(n-1)!}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{2^n \cdot (n!)^2}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+5}\right)^{n^3}$	13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n^3}}{(2n+1)!}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)}$

3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\log_3 2)^n}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{3n+1} \right)^{n^2+1}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)!}$	26	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^n}{(n-1)!}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( \frac{2}{n} + 2 \right)^n$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(n!)^2 \cdot 2^n}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2-1) \cdot 3^{2n}}{((n+1)!)^2}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left( \frac{n^2-1}{n^2+5} \right)^{n^2+2n}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}(n+1)!}{(2n)^n}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+4) \cdot n^n}{(n+2)!}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{2n+1} \right)^{2n^2+1}$	18	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$	29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{3^{n^2} \cdot n^n}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{e} \right) \left( \frac{n+2}{n} \right)^{3n^2}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n-1)!}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n!}{(2n+1)!}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} n \left( \operatorname{arctg} \frac{\pi}{3n} \right)^n$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n \cdot n!}$	31	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln 2n \cdot \ln(\ln 2n)}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} n \log_5^{2n+1} 2$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{((2n)!)^2}$	32	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)^n (2n-1)!}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \cos^{2n^2+1} \left( \frac{n+1}{n^2+2} \right)$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{4^n (n+2)!}$	33	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+1)!}{(2n-1)!}$

### Задание 11

Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость

1	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{3n-1} \frac{5^n}{(3n+1)^n}$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(2n+1)}{2n+1}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n+1)!}{3^n \cdot n!}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{5^n - 2^n}$	13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n \sqrt{2n-1}}{4^n + 1}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left( \frac{n^2}{n^2 + 2} \right)$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^{n-1}}{(3n+1)^n}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3^n + 2}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{n^2 + 2}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (3n^2 + 1)}{2^n + 1}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n (n^2 - 1)}{3^n + 1}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{3n-1}}{(3n+1) \cdot 3^n}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{3n} n^3}{3^n + 1}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n^2+n}{n^2+n+1} \right)^n$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^{n-1}}{(n+1)^n}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2-1}{n(n+2)^2}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sqrt{5n-2}}{2n+1}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^3}{(-3)^n (2n+1)}$	29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2\sqrt{n}-1}{n+1}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^n}{(n+1)^n \sqrt{3n+1}}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sqrt{3n-1}}{5n-2}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n - 1}{3^n + 1}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1} n!}{(n+1)^{n+3}}$	31	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{(n^{100} + 1)^2}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^{n+1}}{(n+1)!}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{3n-1} \frac{4\sqrt{n}+1}{3n-2}$	32	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{3n-1} \frac{2^n}{n!}$

11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sqrt{5n-3}}{2n+1}$	22	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{3n-1}}{n\sqrt{\ln n}}$	33	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg}\left(\frac{\sqrt{n-1}}{n+1}\right)$
----	---	----	---	----	---

## Задание 12

Найдите область сходимости функционального ряда

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-1)^n}{(2n-1)^2 \cdot 5^n}$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-4)^{2n+1}}{n+3}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^{2n}}{\sqrt{n+4}}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2n^2+n}$	13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-3)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^{3n+1}}{(2n+1)!}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n^2-1)(x+1)^n}{(n+1)^3 \cdot 4^{n+1}}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n-1}}{5n+2}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{n^2+3n+1}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cdot \frac{x^n}{3^{n+1}}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-1)^n}{2^{n+1} \cdot \sqrt{n}}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-1)^n}{5^n+2^n}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n(x-1)^n}{n!}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{(5n+1) \cdot 4^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n-1}(x-1)^n}{(2n+1)^2 \cdot 4^{n+1}}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-1)^n}{\sqrt{n+1}}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n^2+3n) \cdot 4^n}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-2)^n}{n^3+n+2}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^{2n+1}}{5^n}$	29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{3n}}{n^2+2n}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-3)^n}{4^n \sqrt{n^2+1}}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (x+1)^n}{3^n \cdot (\sqrt{n}+2)}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x+1)^n}{2^n \sqrt{n+1}}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \cdot 4^n}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n-1}}{2^n \sqrt{n^2+4}}$	31	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n^2+n) \cdot 3^n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{(3n+1) \cdot 5^n}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(3x+1)^n}{\sqrt{n^2+1}}$	32	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1) \cdot 3^n}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{n+1}}{n+1} \cdot \frac{(x-1)^n}{4^n}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n^2+3n}$	33	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{3^n \cdot \sqrt{3n-1}}$